

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)



М. Леденева

21.04.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.15 Теория вероятностей**

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
О9.03.03 Прикладная информатика
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Прикладная информатика в юриспруденции
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Медведева О.А., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 15.04.2022, протокол № 8
- 8. Учебный год** 2023-2024 **Семестр:** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам теории вероятностей и математической статистики как основы для формализации и решения прикладных задач в условиях стохастической неопределенности.

Задачи учебной дисциплины:

изучение основных разделов теории вероятностей и математической статистики; формирование у обучающихся навыков решения задач из основных разделов теории вероятности и математической статистики, в том числе с использованием пакетов прикладных программ;

ознакомление с примерами прикладных задач из области профессиональной деятельности, для формализации которых используется математический аппарат теории вероятностей и математической статистики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Дискретная математика, Линейная алгебра, Математический анализ.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> терминологическую базу и теоретические сведения из основных разделов теории вероятностей и математической статистики. <i>Уметь:</i> определить для конкретной задачи возможность применения тех или иных формул теории вероятностей и математической статистики. <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач на основе математического аппарата теории вероятностей и математической статистики.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании математического аппарата теории вероятностей и математической статистики. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> математическими методами решения прикладных задач на основе вероятностного подхода.
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты.	<i>Знать:</i> понятие вероятностной модели и ограничения на ее применимость при обработке исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей. <i>Уметь:</i> осуществлять выбор современных вероятностных и статистических инструментальных средств при обработке исследуемых явлений <i>Владеть:</i> навыками анализа результатов расчетов и интерпретации полученных результатов с использованием знаний по теории вероятностей и математической статистике

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 4/144

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			3 семестр	...
Контактная работа		64	64	...
в том числе:	лекции	32	32	...
	практические	32	32	...
	лабораторные	-	-	...
Самостоятельная работа		44	44	...
Промежуточная аттестация (экзамен)		36	36	...
Итого:		144	144	...

13.1. Содержание разделов дисциплины

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Вероятности случайных событий	Случайные события. Теоретико-множественные операции над событиями. Понятия вероятности, вероятностного пространства, вероятностной модели. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Вероятность сложных событий. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Теория вероятностей и математическая статистика копия 4
1.2	Схема независимых испытаний	Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, дифференциальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.	
1.3	Случайные величины и их законы распределения	Понятие случайной величины. Формы закона распределения для дискретных и непрерывных случайных величин. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Основные законы распределения.	
1.4	Числовые характеристики случайных величин	Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты случайных величин.	
1.5	Основы выборочного метода	Основные задачи математической статистики. Выборка. Выборочные моменты. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот.	
1.6	Оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Методы нахождения точечных оценок: метод максимального правдоподобия и метод моментов. Понятие доверительного интервала. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.	
1.7	Проверка статистических гипотез	Вероятности ошибочных решений. Мощность критерия. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова.	

1.8	Элементы регрессионного анализа	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.	
2. Практические занятия			
1.1	Вероятности случайных событий	Случайные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность сложных событий. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Теория вероятностей и математическая статистика а копия 4
1.2	Схема независимых испытаний	Формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число успехов.	
1.3	Случайные величины и их законы распределения	Понятие случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Основные законы распределения.	
1.4	Числовые характеристики случайных величин	Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства.	
1.5	Основы выборочного метода	Выборочный метод. Статистические аналоги функции распределения, плотности распределения вероятностей, числовых характеристик.	
1.6	Оценки параметров распределения	Точечные и интервальные оценки параметров распределения.	
1.7	Проверка статистических гипотез	Задачи проверки гипотез о параметрах нормального распределения.	
1.8	Элементы регрессионного анализа	Регрессионная модель.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Всего
1	Вероятности случайных событий	5	5	8	18
2	Схема независимых испытаний	4	4	5	13
3	Случайные величины и их законы распределения	4	5	5	14
4	Числовые характеристики случайных величин	4	4	6	14
5	Основы выборочного метода	3	3	5	11
6	Оценки параметров распределения	4	4	5	13
7	Проверка статистических гипотез	4	3	5	12
8	Элементы регрессионного анализа	4	4	5	9
	Итого:	32	32	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекционные занятия (лекции) реализуются в традиционной форме в соответствии с календарным планом-графиком чтения лекций. Целесообразно лекции сопровождать практическими занятиями для лучшего понимания материала и формирования навыков и умений для решения задач, относящихся к мягким вычислениям.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1079-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167844 (дата обращения: 15.11.2021).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1429-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/168478 (дата обращения: 15.11.2021).
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399
6	Теория вероятностей: учебник для вузов / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. – Москва : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001. – 455 с.
7	Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – Москва.: Эдиториал УРСС, 2001. – 320 с.
8	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
9	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
10	Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие для вузов / Е.С.Вентцель, Л.А. Овчаров. – Москва : Высш. шк., 2003. – 448 с.
11	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В. Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2014. – 47 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
12	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В.Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2015. – 54 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
13	http://www.lib.vsu.ru/ ВГУ Зональная научная библиотека
14	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
15	Медведева О. А. Теория вероятностей и математическая статистика копия 4 / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ».

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
-------	----------

16	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В. Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2014. – 47 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
17	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В.Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2015. – 54 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика копия 4», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедиа оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). ОС Windows 10, интернет-браузер (Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Вероятности случайных событий	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1
2	Схема независимых испытаний	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 1
3	Случайные величины и их законы распределения	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1
4	Числовые характеристики случайных величин	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа 1
5	Основы выборочного метода	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 2
6	Оценки параметров распределения	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа 2
7	Проверка статистических гипотез	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа 2
8	Элементы регрессионного анализа	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа 2
Промежуточная аттестация: форма контроля – экзамен				

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

контрольная работа

Примеры оценочных средств

Контрольная работа 1

Вариант ____

1. Из последовательности чисел $1, 2, \dots, n$ выбираются два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше k , а другое больше k ($1 \leq k \leq n$)?
2. Некоторое изделие выпускается двумя заводами, при этом объем продукции второго завода в k раз превосходит объем продукции первого. Доля брака у первого завода p_1 , у второго – p_2 . Изделия, выпущенные заводами за одинаковый промежуток времени, пустили в продажу. Какова вероятность того, что некто приобрел изделие второго завода, если оно оказалось бракованным.
3. Функция распределения случайной величины X задана формулой

$$F(x, y) = A + B \cdot \operatorname{arctg} x.$$

Найдите параметры A и B , а также плотность распределения вероятностей $f(x)$.

4. Двумерная случайная величина имеет плотность

$$f(x, y) = \frac{A}{\pi^2 (x^2 + 3)(x^2 + 1)}.$$

Найдите а) параметр A ; б) функцию распределения $F(x, y)$; в) вероятность попадания случайной точки в квадрат, ограниченный прямыми $x=0, y=0, x=1, y=1$.

Контрольная работа 2

1. По схеме бесповторной выборки в некотором крупном городе проводилось исследование количества вызовов скорой помощи в сутки. За последние три года отобраны 90 дней. Результаты представлены в таблице

Число вызовов	Менее 400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	Более 900	Итого
Кол-во дней	9	12	21	20	18	8	2	90

Найти: а) вероятность того, что среднее число вызовов в день за указанный период отличается от среднего их количества в выборке не более чем на 25 (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0.95 заключена доля тех дней за рассматриваемый период, в которых количество вызовов было не менее 700.

2. По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что случайная величина *количество вызовов в день* распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 образцов сырья по процентному содержанию в них минерала X (%) и минерала Y (%) представлено в таблице

X, Y	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Итого
20-30	4	3	1			8
30-40	3	5	2	2		12
40-50	1	4	10	4		19
50-60		3	4	5	2	14
60-70			1	3	3	7
Итого	8	15	18	14	5	60

Необходимо: а) вычислить групповые средние и построить эмпирические линии регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ; в) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; г) используя соответствующее уравнение регрессии, определить процентное содержание минерала X в сырье, содержащем 18% минерала Y .

4. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м произведено 5 равнозначных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью 0,95, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 2000$ м.

Критерии оценивания результатов контрольной работы:

Отлично	Все задачи решены, аккуратно оформлены.
Хорошо	В менее чем двух задачах допущены незначительные ошибки.
Удовлетворительно	Решено не менее трех задач.
Неудовлетворительно	Решено не более двух задач.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по экзаменационным билетам

Перечень вопросов для промежуточной аттестации:

1. Случайные события и операции над ними. Система аксиом Колмогорова. Вероятностное пространство и вероятностная модель. Вероятность и ее свойства. Примеры вероятностных пространств.

2. Классическое определение вероятности. Геометрическая и статистическая вероятность.

3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность сложных событий.

4. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

5. Схема независимых испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.

6. Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, дифференциальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

7. Производящая функция числа успехов для схемы Бернулли.

8. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины и его формы.

9. Функция распределения и ее свойства.

10. Плотность распределения вероятностей и ее свойства.

11. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, геометрический, Пуассона.

12. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, нормальный, показательный.

13. Числовые характеристики случайных величин. Моменты случайных величин. Мода и медиана.

14. Математическое ожидание и его свойства.

15. Дисперсия и ее свойства.

16. Основные задачи математической статистики. Понятие выборки. Выборочные моменты. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов.

17. Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность.

18. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия.

19. Метод моментов.

20. Задача построения доверительных интервалов. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.

21. Задача проверки статистических гипотез. Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Мощность критерия.

22. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения.

23. Проверка гипотез о законе распределения. Критерии согласия.

24. Основные задачи регрессионного анализа. Статистическая и функциональная зависимость. Функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства.

Инструкция по сдаче экзамена:

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретический вопрос из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание.

Критерии оценивания собеседования по экзаменационным билетам:

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач